Министерство образования и науки Российской Федерации

ПРОГРАММА - МИНИМУМ

КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА

по курсу

«История и философия науки»

«История математики»

Программа-минимум

содержит 12 стр.

2007

Введение

Программа разработана Институтом истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН совместно с историками и философами математики Московского Государственного университета им. М. В. Ломоносова на основе программы курса, читаемого на механико-математическом факультете этого университета и одобрена экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Минобразования России по истории.

1. Периодизация истории математики

1.1. Основные этапы развития математики: периодизация А. Н. Колмогорова.

2. Математика Древнего мира

2.1. Истоки математических знаний. Первоначальные астрономические и математические представления эпохи неолита. Представления о числах и фигурах в первобытном обществе. Системы счисления. Этноматематика.

2.2. Математика в догреческих цивилизациях. Древний Египет — источники; нумерация, арифметические и геометрические знания. Древний Вавилон — источники, шестидесятиричная позиционная система счисления.

Арифметика. Решение линейных, квадратных уравнений и систем уравнений с двумя неизвестными. « Пифагорейские тройки». Числовой, алгоритмический характер вавилонской математики. «Пифагорейские тройки». Геометрические знания. Проблема влияния египетской и вавилонской математики на последующее развитие математического знания.

2.3. Древняя Греция. Источники. Рождение математики как теоретической науки. Фалес. Пифагорейцы. Место математики в пифагорейской системе знания. Арифметика пифагорейцев. Первая теория отношений. Открытие несоизмеримости. Классификация иррациональностей Теэтета. Геометрическая алгебра. Геометрия циркуля и линейки. Знаменитые задачи древности — удвоения куба, три секции угла и квадратуры круга — и их решение в XIX в.; трансцендентность числа «пи»и седьмая проблема Д. Гильберта. Парадоксы бесконечного. Апории Зенона. Атомизм Демокрита. Евдокс. Строение отрезка. Роговидные углы. Аксиома Евдокса-Архимеда. Роговидые углы. Теория отношений Евдокса. «Метод исчерпывания». Место математики в философии Платона. «Математический платонизм»как взгляд на сущность математики. Математика в философской концепции Аристотеля.

2.4. Математика эпохи эллинизма. Синтез греческих и древневосточных социокультурных и научных традиций. Аксиоматическое построение математики в «Началах» Евклида. Структура «Начал». Правильные многогранники и структура космоса. Архимед. Дифференциальные и интегральные методы. Аполлоний. Теория конических сечений. Роль теории конических сечений в развитии математики и математического естествознания (законы Кеплера, динамика Ньютона). Ценностные иерархии объектов, средств решения задач и классификация кривых в античной геометрии. Математика первых веков Новой эры (Герон, Птолемей). «Арифметика» Диофанта. Роль диофантова анализа в истории алгебры и алгебраической геометрии с древности до наших дней (решение проблемы Морделла, доказательство Великой теоремы Ферма). Представления о предмете и методах математики у неоплатоников, «математический платонизм»как развитие этих представлений. Закат античной культуры и комментаторская деятельность математиков поздней античности.

2.5. Математика в древнем и средневековом Китае. Китайская нумерация и арифметические действия. «Математика в девяти книгах»— выдающийся культурный памятник древнего Китая. Структура математического текста. Геометрия, теория пропорций, системы линейных уравнений, инфинитезимальные процедуры, отрицательные числа. Счетная доска и вычислительные методы. Математика в древней и средневековой Индии. Источники. Цифровая позиционная система. Появление записи нуля. Дроби. Задачи на пропорции. Линейные и квадратные уравнения. Неопределенные уравнения. Отрицательные и иррациональные числа. Суммирование бесконечных рядов. Геометрические знания. Достижения в области тригонометрии.

3. Математика Средних веков и эпохи Возрождения

3.1. Средневековая математика как специфический период в развитии математического знания. Математика арабского Востока. Переводы греческих авторов. Трактат ал-Хорезми «Об индийском счете»и победное шествие «арабских» цифр по средневековой Европе. «Краткая книга об исчислении ал-джабра и ал-мукабалы». Классификация квадратных уравнений. Выделение алгебры в самостоятельную науку. Омар Хайям. Кубические уравнения. Практический характер математики. Геометрические исследования: теория параллельных в связи с попытками доказать V постулат Евклида. Арифметизация теории квадратичных иррациональностей в работах арабских комментаторов Евклида. Инфинитезимальные методы. Отделение тригонометрии от астрономии и превращение ее в самостоятельную науку.

3.2. Математика в средневековой Европе. Математика в Византии. Переводы с арабского и греческого. Индийская нумерация, коммерческая арифметика, арифметическая и геометрическая прогрессии, практически ориентированные геометрические и тригонометрические сведения у Леонардо Пизанского (Фибоначчи). Творчество Фибоначчи. «Арифметике в 10 книгах» И. Неморария. Развитие античных натурфилософских идей и математика. Оксфордская и Парижская школы. Схоластические теории изменения величин (учение о конфигурациях качества, о широтах форм) как предвосхищение математики переменных величин XVII века.

Дискуссии по проблемам бесконечного, непрерывного и дискретного в математике.

3.3. Математика в эпоху Возрождения. Проблема решения алгебраических уравнений, расширение понятия числа, совершенствование символики, решение уравнений 3-й и 4-й степеней в радикалах. Алгебра Виета. Проблема перспективы в живописи Ренессанса и математика. Иррациональные числа. Отрицательные, мнимые и комплексные числа (Дж. Кардано, Р. Бомбелли и др.). Десятичные дроби. Тригонометрия в астрономических сочинениях.

4. Рождение и первые шаги математики переменных величин

4.1. Математика и научно-техническая революция XVI–XVII веков. Механическая картина мира и математика. Новые формы организации науки. Развитие вычислительных средств — открытие логарифмов. Жизнь и творчество Р. Декарта. Число у Декарта. Рождение аналитической геометрии.

Теоретико-числовые проблемы в творчестве Ферма. Создание основ проективной геометрии в работах Дезарга и Паскаля. Переписка Ферма и Паскаля и первые теоретико-вероятностные представления. Появление статистических исследований.

Развитие интеграционных и дифференциальных методов в XVII веке (И. Кеплер, Б. Кавальери, Б. Паскаль). Жизнь и творчество И. Ньютона и Г.-В. Лейбница. Открытие Ньютоном и Лейбницем дифференциального и интегрального исчисления. Спор о приоритете и различия в подходах. Первые шаги математического анализа (И. и Я. Бернулли и др.). Проблема обоснования дифференциального и интегрального исчисления и критика Беркли.

4.2. Математика и Великая Французская революция. Создание Политехнической и Нормальной школ и их влияние на развитие математики и математических наук. Развитие математического анализа в XVIII веке. Расширение поля исследований и выделение основных ветвей математического анализа — дифференциального и интегрального исчисления в узком смысле слова, теории рядов, теории дифференциальных уравнений — обыкновенных и с частными производными, теории функций комплексного переменного, вариационного исчисления. Жизнь и творчество Л. Эйлера. Математическая трилогия Л. Эйлера. Жизнь и творчество Л. Эйлера. Классификация функций Эйлера. Основные понятия анализа. Обобщение понятия суммы ряда. Спор о колебании струны. Развитие понятия функции. Расширение понятия решения дифференциального уравнения с частными производными — понятия классического и обобщенного решений; появление понятия обобщенной функции в XX столетии. Проблема обоснования алгоритмов дифференциального и интегрального исчисления. Подходы Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, Л. Карно, Ж. Даламбера. Вариационные принципы в естествознании.

5. Период современной математики

5.1. Математика XIX века. Организация математического образования и математических исследований. Ведущие математические школы. Математические журналы и общества. Школа К. Вейерштрасса. Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской. Организация первых реферативных журналов и международных математических конгрессов — в Цюрихе (1897), в Париже (1900). Начало издания в Германии «Энциклопедии математических наук». Доклад Д. Гильберта «Математические проблемы» (1900).

5.2. Реформа математического анализа. Идеи Б. Больцано в области теории функций. О. Коши и построение анализа на базе теории пределов. Нестандартный анализ А. Робинсона (1961) и проблема переосмысления истории возникновения и первоначального развития анализа бесконечно малых. К. Вейерштрасс и арифметизация анализа. Теория действительного числа (Г. Кантор, Р. Дедекинд). Г. Кантор и создание теории множеств.

Открытие парадоксов теории множеств. Создание теории функций действительного переменного (А. Лебег, Р. Бэр, Э. Борель).

5.3. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений — проблема интегрируемости уравнений в квадратурах (результаты Ж. Лиувилля по интегрированию уравнения Риккати, С. Ли и его подход к проблеме). Перестройка оснований теории в трудах О. Коши (задача Коши, доказательство существования решения задачи Коши). Линейные дифференциальные уравнения, теория Штурма — Лиувилля, аналитическая теория дифференциальных уравнений.

Качественная теория А. Пуанкаре и теория устойчивости А. М. Ляпунова. Теория динамических систем — от А. Пуанкаре до КАМ-теории.

5.4 Теория уравнений с частными производными. Теория уравнений первого порядка (теория Лагранжа — Шарпи, работы И. Пфаффа, О. Коши и К.-Г. Якоби, «второй метод Якоби», теория С. Ли). Общая геометрическая теория уравнений с частными производными (С. Ли, Э. Картан, Д. Ф. Егоров).

Теория потенциала и теория теплопроводности Ж.-Б. Фурье и теория уравнений математической физики. Классификация уравнений по типам (эллиптические, параболические и гиперболические) П. Дюбуа-Реймона. Теорема Коши — Ковалевской. Понятие корректности краевой задачи по Ж. Адамару. Взгляд на общую теорию как на общую теорию краевых задач для уравнений различных типов. Системы уравнений с частными производными. 19-я и 20-я проблемы Гильберта и теория эллиптических уравнений в XX веке.

5.6. Теория функций комплексного переменного. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. О. Коши и его результаты в построении теории функций комплексного переменного. Геометрическая теория функций комплексного переменного Б. Римана. Римановы поверхности. Принцип Дирихле. Аналитическое направление

К. Вейерштрасса теории функций комплексного переменного. Целые и мероморфные функции. Теорема Пикара. Абелевы функции. Автоморфные функции. Униформизация.

5.7. Эволюция геометрии в XIX — начале XX вв. Создание проективной геометрии. Жизнь и творчество К.-Ф. Гаусса. Дифференциальная геометрия. Открытие Н. И. Лобачевским неевклидовой геометрии. Априоризм Канта и неевклидова геометрия. Интерпретации неевклидовой геометрии. Риманова геометрия. «Эрлангенская программа» Ф. Клейна. «Основания геометрии» Д. Гильберта и эволюция аксиоматического метода (содержательная, полуформальная, формальная аксиоматизации).

Рождение топологии. Комбинаторная топология А. Пуанкаре. Диссертация М. Фреше (1906). Теория топологических пространств. Теория размерности. Возникновение алгебраической топологии.

Геометрическая теория алгебраических уравнений. Идеи Р. Клебша и М. Нетера. Итальянская школа алгебраической геометрии. Аналитическая теория многообразий.

5.8. Эволюция алгебры в XIX — первой трети XX века. Проблема разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. Э. Галуа и рождение теории групп. Развитие теории групп в XIX веке (А. Кэли, К. Жордан, теория непрерывных групп С. Ли). Аксиоматика теории групп. Теория групп и физика (кристаллография, квантовая механика). Развитие линейной алгебры. Английская школа символической алгебры. Кватернионы У. Гамильтона, гиперкомплексные системы, теория алгебр. Теория алгебраических чисел. Формирование понятий тела, поля, кольца. Формирование «современной алгебры» в трудах Э. Нетер и ее школы. Эволюция предмета алгебры от теории алгебраических уравнений до теории алгебраических структур.

5.9. Аналитическая теория чисел — проблема распределения простых чисел (К.-Ф. Гаусс, П. Дирихле, П. Л. Чебышев, Ж. Адамар, Ш. Валле-Пуссен), теория трансцендентных чисел (Ж. Лиувилль, Ш. Эрмит, А. О. Гельфонд), аддитивные проблемы — проблема Гольдбаха (И. М. Виноградов) и проблема Варинга (Д. Гильберт, Г. Харди). Алгебраическая теория чисел — работы К.-Ф. Гаусса, обоснование теории делимости для полей корней из единицы (Э. Куммер), а затем для произвольных полей алгебраических чисел (Р. Дедекинд, Е. И. Золотарев, Л. Кронекер), доказательство квадратичного и биквадратичного (К.-Ф. Гаусс), а затем и кубического закона взаимности (Г. Эйзенштейн, К. Якоби). Геометрическая теория чисел (Г. Минковский, Г. Ф. Вороной).

5.10. Вариационное исчисление Эйлера. Создание метода вариаций. Вторая вариация и условия Лежандра и Якоби. Теория сильного экстремума Вейерштрасса. Теория Гамильтона — Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Вариационные задачи с ограничением. Теория экстремальных задач в XX веке. Принцип максимума Понтрягина.

Рождение функционального анализа: «функциональное исчисление» В. Вольтерра, С. Пинкерле, исследования по интегральным уравнениям (И. Фредгольм, Д. Гильберт), вариационному исчислению. Понятие гильбертова пространства. Банаховы пространства (С. Банах, Н. Винер).

5.11. Развитие теории вероятностей во второй половине XIX — первой трети XX века. Формирование основ теории вероятностей. Трактат Я. Бернулли «Искусство предположений». Появление основных теорем теории вероятностей. П.-С. Лаплас и теория вероятностей. Предельные теоремы теории вероятностей. Петербургская школа П. Л. Чебышева и теория вероятностей XIX — начала XX века. Проблема аксиоматизации теории вероятностей. Аксиоматика А. Н. Колмогорова.

5.12. Математическая логика и основания математики в XIX — первой половине XX века. Предыстория математической логики. Символическая логика Г. В. Лейбница. Квантификация предиката. Логика А. де Моргана. Алгебра логики Дж. Буля и У. С. Джевонса. Символическая логика Дж. Венна. Алгебра логики Э. Шредера и П. С. Порецкого.

Исчисление высказываний Г. Фреге. «Формуляр математики» Дж. Пеано. «Principia Mathematica» Б. Рассела и А. Уайтхеда. Работы по основаниям геометрии и арифметики конца XIX века. Кризис в основаниях математики в начале века и попытки выхода из него: логицизм, формализм, интуиционизм. Формалистское понимание математического существования. Непротиворечивость как основная характеристика математической теории. Конструктивизм. Аксиоматизация теории множеств. Континуум-гипотеза и попытки ее доказательства от Г. Кантора до П. Коэна. Результаты К. Геделя и кризис гильбертовской программы обоснования математики. Возникновение группы Бурбаки, ее деятельность и идеология. Реакция на нее математического сообщества.

5.13. История вычислительной техники — абак, механические счетные машины (В. Шиккард, Б. Паскаль, Г. Лейбниц, П. Л. Чебышев), аналитическая машина Ч. Бэббеджа, электромеханические счетные машины, создание электронных вычислительных машин. Появление персональных компьютеров. Экспансия информатики. Допустимость компьютерного доказательства — проблема четырех красок.

5.14. Математика XX века. Основные этапы жизни математического сообщества — до первой мировой войны, в промежутке между первой и второй мировыми войнами, во второй половине XX века. Математические конгрессы, международные организации, издательская деятельность, премии (Филдсовская премия, премия Р. Неванлинны и др.). Ведущие математические школы и институты. Творчество А. Пуанкаре и Д. Гильберта.

6. Математика в России и в СССР

6.1. Математика в России до середины XIX века. Математические знания в допетровской Руси. Математика в Аадемии наук в XVIII веке. Школа Л. Эйлера. Реформы Александра I. Жизнь и творчество Н. И. Лобачевского.

Математика в России во второй половине XIX века. Реформы Александра II. Жизнь и творчество П. Л. Чебышева. Школа П. Л. Чебышева. Создание Московского математического общества и деятельность Московской философско-математической школы.

6.2. Математика в России и в СССР в XX веке. Организация математической жизни в стране накануне Первой мировой войны. Конфронтация Петербурга и Москвы. Рождение Московской школы теории функций действительного переменного. Математика в стране в первые годы Советской власти. Идеологические бури 30-х годов. Рождение Советской математической школы. Математические съезды и конференции, издания, институты. Ведущие математические центры. Творчество А. Н. Колмогорова.

Основная литература:

1. *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики. М.: ИЛ. 1963.

2. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Под ред. А. П. Юшкевича. Т. 1-3. М.: Наука. 1970-1972.

3. История отечественной математики. Под ред. И. З. Штокало. Т. 1-4. Киев: Наукова Думка. 1966-1970.

4. *Колмогоров А. Н.* Математика // Большая Советская Энциклопедия. 2-е изд. 1954. Т. 26. С. 464-483.

5. Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей. Под ред. А. Н. Колмогорова и А. П. Юшкевича. М.: Наука. 1978.

6. Математика XIX века. Геометрия. Теория аналитических функций. Под ред. А. Н. Колмогорова и А. П. Юшкевича. М.: Наука. 1981.

7. Математика XIX века. Чебышевское направление в теории функций. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Вариационное исчисление. Теория конечных разностей. Под ред. А. Н. Колмогорова и

А. П. Юшкевича. М.: Наука. 1987.

8. Очерки по истории математики. Под ред. Б. В. Гнеденко. М.: Изд-во МГУ. 1997.

9. *Рыбников К. А.* История математики. М.: Изд-во МГУ. 1994. (В последние годы в виде отдельных брошюр изданных МГУ появились дополнительные главы к книге, затрагивающие развитие ряда математических дисциплин в XX веке.)

10. *Юшкевич А. П.* История математики в России до 1917 года. М.: Наука. 1968.

Дополнительная литература:

1. *Гнеденко Б. В.* Очерки по истории математики в России. М.-Л.: ГИТТЛ. 1946.

2. Историко-математические исследования. Вып. 1-35. М. 1948-1994; 2-я серия. Вып. 1 (36) - 7 (41). М. 1995-2002.

3. *Стройк Д. Я.* Краткий очерк истории математики. М.: Наука. 1978.

4. Хрестоматия по истории математики. Арифметика и алгебра. Теория чисел. Геометрия. Под ред. А. П. Юшкевича. М. 1976.

5. Хрестоматия по истории математики. Математический анализ. Теория вероятностей. Под ред. А. П. Юшкевича. М. 1977.